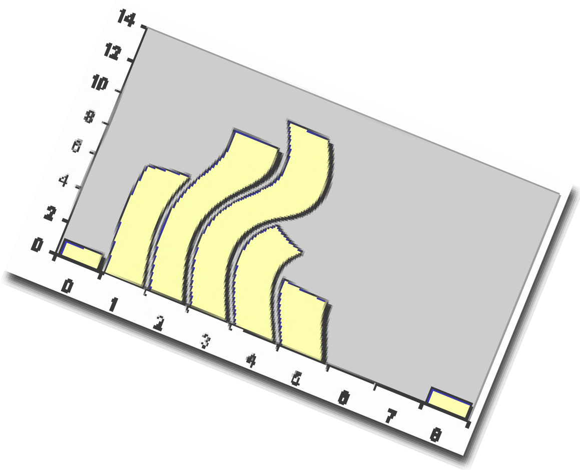
EDITING PROJECT M.R. ONOFRIO

ELEMENTI DI STATISTICA

PER IL CONTROLLO QUALITÀ IN CAMPO TESSILE



ing. Piero Di Girolamo

PREFAZIONE

Il controllo di qualità nel tessile-abbigliamento, in un sistema economico globalizzato, che da un'economia di scala, è sempre di più avviato verso un'economia della flessibilità, della qualità e dell'eccellenza, assume sempre di più importanza determinante.

Ogni tipo di prova viene eseguita secondo norme nazionali, europee o internazionali.

Nelle pagine che seguono vengono riportate le principali formule per l'applicazione dei metodi statistici, per poter assicurare al settore tessile in un processo costante di innovazione gli strumenti teorici indispensabili per il mantenimento e il miglioramento della competitività sui mercati e garantire la "qualità" come strumento strategico di gestione aziendale.

Allo scopo si rende necessario condurre gli operatori verso la implementazione di un modo nuovo di pensare e gestire la produzione e a procedere nella direzione costitutiva della disciplina, in sintonia con i processi di innovazione, cercando di attingere da tutte le possibili fonti di conoscenza.

Infine, desidero esprimere un vivo ringraziamento alla Preside dr.ssa Anna Cornaggia per avermi sostenuto per l'editing/graphic project, alla collega Romana Gormoldi, per avermi incoraggiato a preparare degli appunti per gli studenti del corso di tessitura, sia diurno che serale, e al dr. Francesco Gatti per avermi consentito di allegare una prova eseguita al dinamometro elettronico, nei laboratori del "Tessile di Como"[1] da Lui diretto.

Gli esempi riportati spero siano sufficienti a far comprendere agli studenti i concetti esposti e le metodologie seguiti per i controlli.

[1] Laboratorio di Prova:
Creato per offrire all'utente una seria e approfondita consulenza sulla qualità del prodotto tramite l'elevata competenza e professionalità dello staff tecnico, il Laboratorio di Prova del Tessile di Como è oggi uno dei più attrezzati e completi del settore, sia a livello nazionale che internazionale. Apparecchiature all'avanguardia permettono di eseguire tutte le più importanti prove (diverse centinaia) e determinazioni tecnologiche, fisiche, meccaniche, chimiche e tintoriali sui tessili e sui prodotti utilizzati nell'industria tessile, e di effettuare determinazioni dei parametri di caratterizzazione ecotossicologica e analisi di difettosità con rilascio di relazioni tecniche utilizzabili nell'ambito di Certificazione del Prodotto.

INTRODUZIONE

Per statistica si intendeva in origine la raccolta di dati demografici ed economici di vitale interesse per lo stato. Da quel modesto inizio essa si è sviluppata in un metodo scientifico di analisi ora applicata a molte scienze, sociali, naturali, mediche, ingegneristiche, ed è uno dei rami più importanti della matematica.

Come esempio di indagine statistica si consideri il seguente problema.

Prima di ogni elezione gli exit-poll tentano di individuare quale sarà la proporzione della popolazione che voterà per ciascuna lista: ovviamente non è possibile intervistare tutti i votanti e quindi si sceglie come alternativa un campione di qualche migliaia di unità, nella speranza che la proporzione campionaria sia una buona stima della proporzione relativa alla popolazione totale.

Se il campione è stato scelto correttamente e con criteri adeguati si possono avere forti speranze che la proporzione campionaria sarà circa uguale alla corrispondente proporzione della popolazione.

Questo ci consente di stimare la proporzione incognita "**P**" dell'intera popolazione mediante la proporzione "**p**" del campione osservato:

$$\underline{\mathbf{P}} = \mathbf{p} \pm \mathbf{e}$$

dove "**e**" indica un errore. La stima non è fatta con certezza; si deve cioè ammettere la possibilità di essere incorsi in un errore, poiché può essere stato scelto un campione non molto rappresentativo: in tale circostanza la conclusione potrebbe essere errata; si può perciò avere soltanto un certo grado di fiducia nelle conclusioni.

Le conclusioni statistiche dunque sono sempre accompagnate da un certo grado di incertezza.

Altri esempi di indagine statistica possono essere:

- il censimento della popolazione italiana fatto dall'ISTAT,
- lo studio di campioni di pezzi prodotti da un'azienda per il controllo della qualità media del prodotto,
- la sperimentazione di un nuovo farmaco su un gruppo di persone volontarie.

La statistica si può dunque vedere come lo studio delle popolazioni, lo studio della variazione fra gli individui della popolazione, lo studio dei metodi di riduzione dei dati.

Le popolazioni di cui si occupa la statistica non sono solo le popolazioni umane come l'esempio potrebbe far pensare.

Le popolazioni sono intese come aggregati di individui non necessariamente viventi o materiali: ad esempio, se si effettua un certo numero di misure, l'insieme dei risultati costituisce una popolazione di misure.

Le popolazioni che sono oggetto dello studio statistico evidenziano sempre delle variazioni al loro interno, ossia gli individui che le costituiscono non sono tutti identici: compito della statistica è lo studio di tali variazioni e di ridurre il volume dei dati osservati, esprimendo l'informazione rilevante contenuta in tali dati per mezzo di grafici e indicatori numerici.

IL CONTROLLO INDUSTRIALE

I controlli tecnici sono di vitale importanza per l'industria e sono eseguiti:

- sulle merci (grezze o lavorate) che entrano nello stabilimento per verificare se corrispondono ai dati contrattuali stabiliti;
- sui prodotti in lavorazione, per ridurre il più possibile gli scarti;
- sui prodotti finiti (collaudi).

I primi due tipi di controllo hanno una motivazione economica e sono fatti nell'interesse dell'azienda.

Il terzo tipo viene fatto dall'azienda nell'interesse del cliente, per garantirgli una fornitura corrispondente alle promesse.

Nei collaudi è comunque ovvio l'interesse indiretto dell'azienda per il buon nome dei suoi prodotti.

Come esempi concreti nel campo tessile si possono citare rispettivamente la stima della finezza media di un lotto di lana e la verifica, mediante collaudo, della corrispondenza del titolo di una partita di filato rispetto al nominale dichiarato. In entrambi i casi, oggetto di misura è un numero di elementi, fibre o spole, estremamente limitato rispetto all'entità del lotto o della partita.

DISTRIBUZIONI DI FREQUENZA E RELATIVI GRAFICI

Quando si raccolgono dei dati su una popolazione o su un campione, i valori ottenuti si presentano come un insieme di dati disordinati; i dati che non sono stati organizzati, sintetizzati o elaborati in qualche modo sono chiamati dati grezzi.

Descriveremo alcune tecniche per organizzare e sintetizzare i dati in modo da poter evidenziare le loro caratteristiche importanti e individuare le informazioni da essi fornite.

In questo contesto non è importante se tali dati costituiscono l'intera popolazione o un campione estratto da essa.

Consideriamo i seguenti esempi.

Esempio 1

Rilevando con uno strumento di misurazione il numero di particelle cosmiche in 40 periodi consecutivi di un minuto si ottengono i seguenti dati.

0	2	1	4	3	1	2	3	8	2	5	2	1	3	3	1	3	2	2	5
4	4	4	2	3	5	5	1	1	2	4	4	2	3	3	3	3	3	3	2

Tabella 1

Esempio 2

I seguenti dati sono il risultato di 80 determinazioni, in una data unità di misura, dell'emissione giornaliera di un gas inquinante da un impianto industriale.

15.8	26.4	17.3	11.2	23.9	24.8	18.7	13.9	9.0	13.2
22.7	9.8	6.2	14.7	17.5	26.1	12.8	28.6	17.6	23.7
26.8	22.7	18.0	20.5	11.0	20.9	15.5	19.4	16.7	10.7
19.1	15.2	22.9	26.6	20.4	21.4	19.2	21.6	16.9	19.0
18.5	23.0	24.6	20.1	16.2	18.0	7.7	13.5	23.5	14.5
14.4	29.6	19.4	17.0	20.8	24.3	22.5	24.6	18.4	18.1
8.3	21.9	12.3	22.3	13.3	11.8	19.3	20.0	25.7	31.8
25.9	10.5	15.9	27.5	18.1	17.9	9.4	24.1	20.1	28.5

Tabella 2

Esempio 3

In uno stabilimento vengono registrati i casi di malfunzionamento di una macchina utensile controllata dal computer, e le loro cause. I dati relativi a un certo mese sono i seguenti

Fluttuazioni di tensione	6
Instabilità del sistema di controllo	22
Errore dell'operatore	13
Strumento usurato e non sostituito	2
Altre cause	5
Totale	**48**

Tabella 3

In ciascuno degli esempi si osserva una variabile che è rispettivamente:

- il numero di particelle rilevate in un intervallo di un minuto;
- la quantità di gas inquinante emesso in un giorno;
- la causa di un guasto verificato.

Della variabile in questione abbiamo un insieme di **n** osservazioni registrate (negli esempi **n** vale, rispettivamente, 40, 80, 48), che costituiscono i dati da analizzare.

Le variabili oggetto di rilevazioni statistiche si classificano nel modo seguente:

$$\text{variabili}\begin{cases}\text{numeriche (quantitative)}\begin{cases}\text{discrete}\\ \text{continue}\end{cases}\\ \text{non numeriche (qualitativa)}\end{cases}$$

Una variabile si dice **numerica** se i valori che essa assume sono numerici, **non numerica** altrimenti; una variabile numerica si dice **discreta** se l'insieme dei valori che essa può assumere è finito, **continua** se l'insieme dei valori che essa può assumere è l'insieme **R** dei numeri reali o un intervallo **I** di numeri reali.

Le variabili degli esempi 1 e 2 sono numeriche, la variabile dell'esempio 3 è non numerica.

La variabile dell'esempio 1 è discreta, perché il numero di particelle osservate è sempre un numero intero maggiore o uguale a zero; la variabile dell'esempio 2 è invece continua, perché la misura della quantità di gas emesso può essere un numero reale positivo qualunque.

Per studiare i dati degli esempi precedenti dividiamo i dati stessi in classi e determiniamo il numero di individui appartenenti a ciascuna classe, detto frequenza della classe. Costruiamo poi la tabella di distribuzione della frequenza, ossia una tabella che raccoglie i dati secondo le classi e le corrispondenti frequenze.

Esempio 4 – Variabili numeriche discrete

Nell'esempio 1 la variabile x osservata è una variabile numerica discreta, che può assumere solo valori interi; poiché i valori assunti sono i numeri interi 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, è naturale scegliere come classi i numeri k = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e contare per ogni classe il numero di osservazioni in cui sono state rilevate esattamente k particelle. In questo modo si costruisce la seguente tabella di distribuzione di frequenza.

Nella tabella la prima colonna indica la **classe**; la seconda la **frequenza assoluta**, detta anche semplicemente **frequenza di classe**, ossia il numero di osservazioni che cadono in ciascuna classe.

Classe	*Freq. assoluta*
0	1
1	6
2	10
3	12
4	6
5	4
6	0
7	0
8	1
Totale	*40*

Tabella 4

Nel caso della variabile discreta dell'esempio 4, in base alla tabella 4 della distribuzione di frequenza, si può tracciare il **diagramma a barre** riportato nella fig.1, ottenuto disegnando i rettangoli con le basi centrate nel valore che definisce la classe e riportando in ordinata la frequenza assoluta.

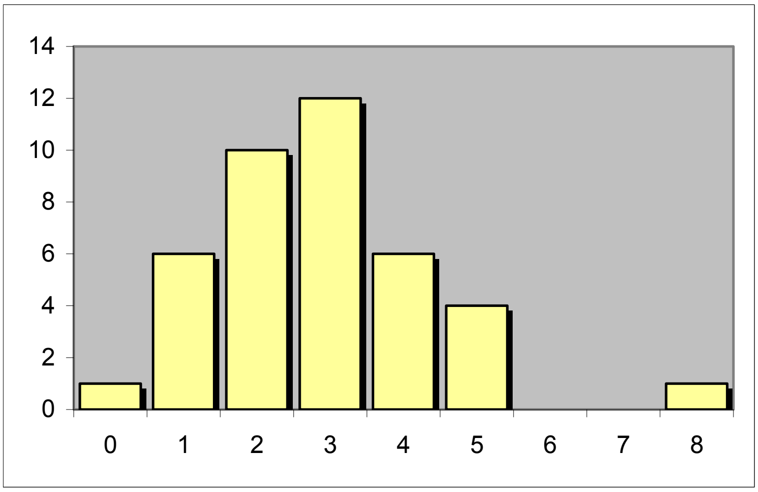


Fig. 1

Esempio 5 – Variabili numeriche continue

Nell'esempio 2 la variabile osservata è continua. I valori dei dati sono compresi tra 6,2 e 31,8; il **campo di variazione R** o **range** dei dati, cioè la differenza tra il più grande e il più piccolo, vale:

$$R = 31{,}8 - 6{,}2 = 25{,}6$$

Scegliamo come classi i 7 intervalli seguenti aperti a destra:

Classe	*Freq. assoluta*
$5 \le x < 9$	3
$9 \le x < 13$	10
$13 \le x < 17$	14
$17 \le x < 21$	25
$21 \le x < 25$	17
$25 \le x < 29$	9
$29 \le x < 33$	2
Totale	**80**

Tabella 5

Una volta che dati sono stati raggruppati, ciascun valore esatto dei dati non è più utilizzato: si rappresentano tutti i dati appartenenti ad una certa classe con il suo punto medio, detto valore centrale della classe.

Il modo di scegliere le classi non è unico: potremmo scegliere un numero differente di classi, o classi con estremi diversi; in ogni caso le classi non devono sovrapporsi e devono contenere tutti i dati.

L'**istogramma** (altro modo molto usato per rappresentare graficamente le informazioni contenute in una tabella di distribuzione di frequenza) corrispondente alla distribuzione di frequenza studiata nell'esempio 5 (tabella 5) è quello della fig.2 e consiste in un insieme di rettangoli adiacenti. Le basi dei rettangoli hanno i punti medi nei valori centrali delle classi; in ordinata è riportata la frequenza assoluta.

Classe	*Valori centrali*	*Freq. assoluta*
$5 \leq x < 9$	7	3
$9 \leq x < 13$	11	10
$13 \leq x < 17$	15	14
$17 \leq x < 21$	19	25
$21 \leq x < 25$	23	17
$25 \leq x < 29$	27	9
$29 \leq x < 33$	31	2
Totale		80

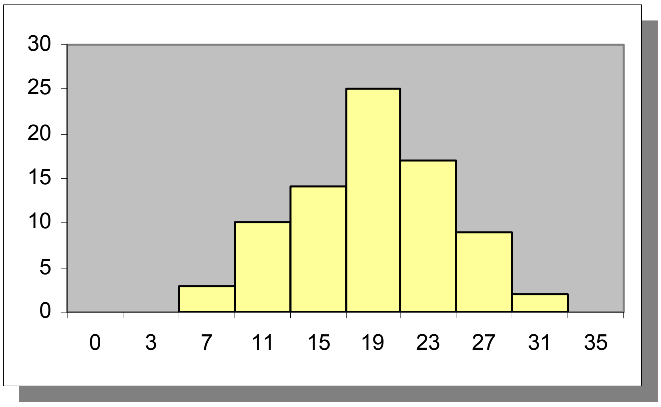


Tabella 6 ***Fig. 2***

Una distribuzione di frequenza può essere rappresentata graficamente anche con un altro tipo di grafico: il **poligono di frequenza**. Tale poligono si ottiene unendo fra loro i punti aventi come ascissa il valore centrale di ogni classe e come ordinata il corrispondente valore di frequenza. Nella fig.3 rappresentiamo il poligono di frequenza per i dati della tabella 6. La fig.4 riporta il poligono di frequenza sovrapposto all'istogramma della fig.3; questo grafico consente di vedere, per lo stesso insieme di dati, la relazione fra i due tipi di grafico.

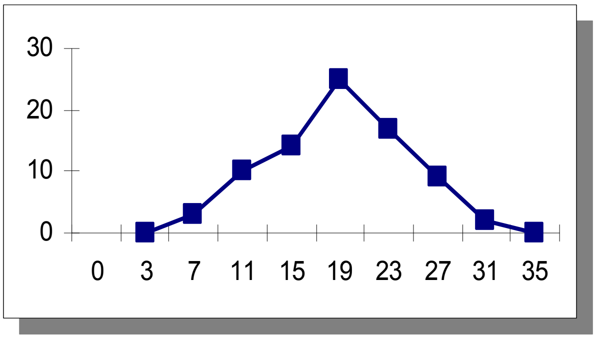


Fig. 3

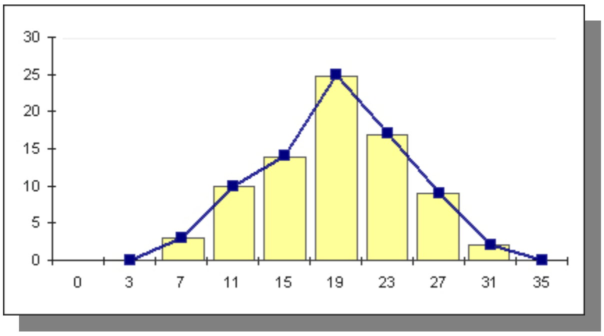


Fig. 4

Supponiamo di prelevare da una produzione di tessuti 15 campioni costituiti ciascuno da 4 provette di tessuto e di sottoporre queste ultime ad una prova di trazione. In fig.5/a è riportato un esempio di come potrebbero presentarsi i carichi di rottura nei diversi gruppi; a prima vista nelle 15 serie di dati non si osserva nessuna particolarità per quanto riguarda la posizione dei risultati lungo l'asse dei carichi di rottura, anzi si ha l'impressione di un'assoluta irregolarità.

Se però si riuniscono insieme, ad esempio, i dati dei primi 5 gruppi come in fig.5/b, ovvero i secondi 5 come in fig.5/c e si incasellano i 20 risultati in classi di 1 kg ciascuna, si comincia già ad intravedere un addensamento dei punti in una porzione centrale ed una rarefazione agli estremi; la configurazione dei due di 20 risultati è naturalmente diversa, come è da attendersi per campioni così piccoli.

Il raggruppamento ulteriore di tutti i 60 dati come nella fig.5/d, consolida la forma di questa distribuzione appuntita avvicinandola ad una configurazione dotata di **regolarità** e **simmetria**; disponendo di moltissimi dati si sarebbe avuta una distribuzione con andamento pressoché coincidente con quella della curva tratteggiata in fig.5/d.

Questa curva presenta un addensamento deciso dei valori intorno al centro ed una rarefazione agli estremi; la statistica ci fornisce il modello teorico per la curva di fig.5/d: la **distribuzione normale o di Gauss**, che storicamente fu impiegata per lo studio degli errori di misura.

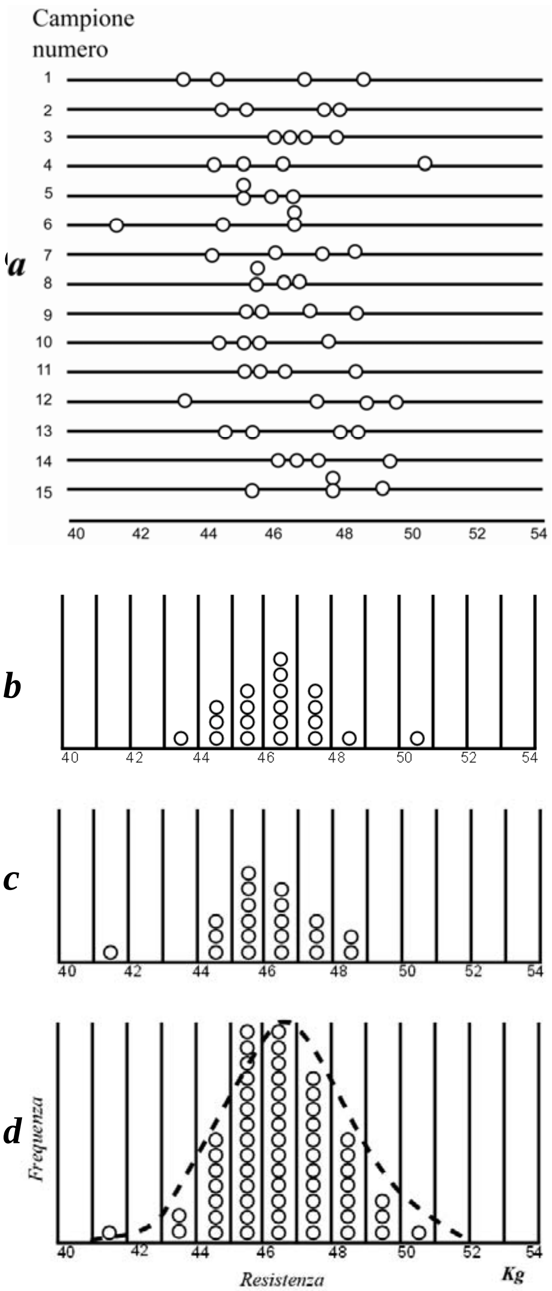


Fig. 5 Carico di rottura di provette ricavate da tessuto

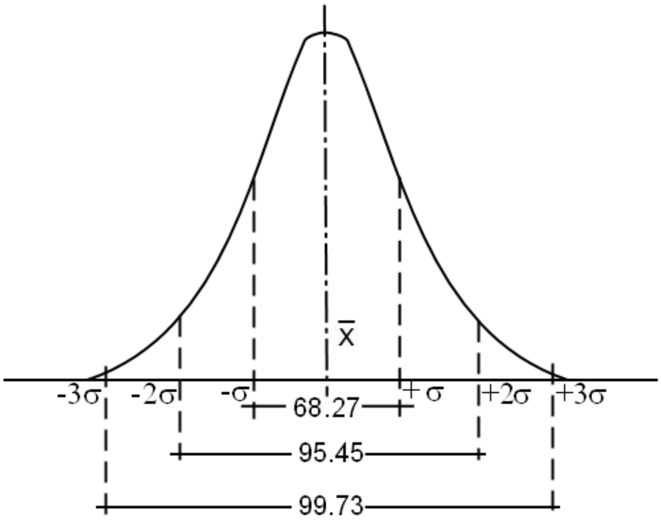


Fig. 6 La distribuzione normale

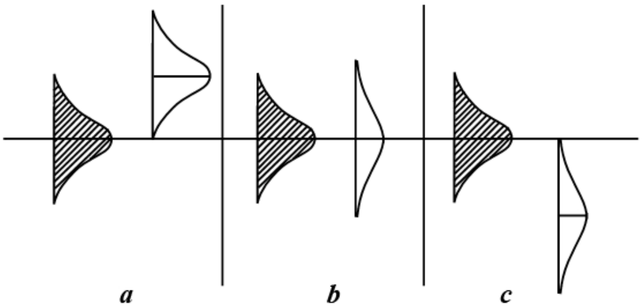


Fig. 7 Distribuzioni normali che differiscono:
- ***a.*** *per la media*
- ***b.*** *per lo scarto*
- ***c.*** *per ambedue i parametri.*

La grandissima maggioranza delle distribuzioni di caratteristiche tessili si interpreta molto bene con la distribuzione normale che costituisce un utile modello. Una distribuzione normale è completamente conosciuta quando siano note due sole grandezze: **la media** $\bar{x}$ e **lo scarto tipo** σ**.** Come si osserva nella fig.6 la media è l’ascissa dell’ordinata massima (vertice della curva), lo scarto tipo equivale al segmento di ascissa delimitato dalle proiezioni dei punti di flesso (sinistro e destro) dalla media.

In fig.7 sono riportate distribuzioni normali che differiscono tra loro per la media, per lo scarto tipo o per ambedue i parametri; si potrà notare come ad un valore più elevato dello scarto tipo corrisponda una maggiore dispersione nella distribuzione dei dati. La distribuzione normale gode della seguente proprietà. Se una certa misura appartiene ad una popolazione che segue la legge normale si ha una probabilità del:

- 68,27% che essa non si discosti dalla media in un senso o nell’altro per più di uno scarto tipo;
- 95,45% che essa non si discosti dalla media per più di due volte lo scarto tipo;
- 99,73% che essa non si discosti dalla media per più di tre volte lo scarto tipo.

Una probabilità del 99,73% è molto vicino alla certezza, ne risulta pertanto che in pratica in una distribuzione normale la totalità delle osservazioni è compresa in un intervallo pari a sei volte lo scarto tipo.

PARAMETRI VERI DI UNA POPOLAZIONE

Se si osservano **tutti** gli n elementi di una popolazione si può ricavare la **media vera** $\overline{X}$ della popolazione con la formula:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

dove con x_i sono state indicate le singole osservazioni.

Lo **scarto tipo vero σ** della popolazione è espresso dalla relazione:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{X})^2}{n}}$$

il quadrato dello **scarto tipo σ^2** è detto **varianza** vera della popolazione.

Lo scarto medio $\overline{y}$ è la media semplice degli scarti dalla media $\overline{x}$ presi in valore assoluto:

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|x_i - \overline{x}\right|}{n}$$

L'**irregolarità lineare I** è il rapporto % tra lo scarto medio e la media:

$$I = \frac{\overline{y}}{\overline{\overline{x}}} \bullet 100$$

Il **coefficiente di variazione** percentuale vero CV è dato dal rapporto tra lo scarto tipo vero **σ** e la **media vera** $\overline{X}$ moltiplicati per 100.

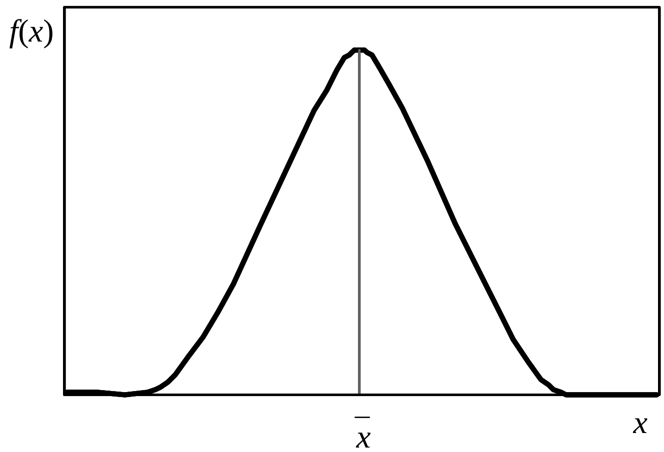
$$CV = \frac{\sigma}{\overline{\overline{X}}} \bullet 100$$

DISTRIBUZIONE NORMALE O DI GAUSS

Fra le densità di probabilità continue, la più importante è la densità di probabilità normale, di solito detta semplicemente distribuzione normale o anche distribuzione di Gauss, in onore del matematico *Carl Friedrich Gauss* (1777-1855), che diede importanti contributi allo studio di questa distribuzione.
Le misure di una grandezza (variabile aleatoria) si distribuiscono secondo la curva di Gauss se un numero molto grande di cause, indipendenti fra loro, influenza la misura della variabile e l'effetto di ogni causa è molto piccolo rispetto alla somma di tutti gli effetti presenti; questo avviene in una produzione industriale controllata. La distribuzione di probabilità di Gauss ha una forma a campana ed è simmetrica rispetto al valore medio (figura 8).
La densità di probabilità normale, o distribuzione normale o di Gauss, è definita dalla funzione:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\bar{x}}{\sigma})}$$

Fig. 8



Si dimostra che $\bar{x}$ e σ sono rispettivamente il valore medio e lo scarto quadratico medio della variabile aleatoria x distribuita secondo la distribuzione normale. Il massimo valore della funzione viene assunto nel punto di ascissa $\bar{x}$ ed è $y_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ed è inversamente proporzionale a σ .

La distribuzione normale è completamente individuata dai parametri $\bar{x}$ e σ , ossia in corrispondenza di ogni valore di $\bar{x}$ e σ rimane specificata una diversa curva normale. Più grande è σ , maggiore sarà l'inaccuratezza della misura.

Nella fig. 9 si riportano i grafici della distribuzione normale per un dato valore di $\bar{x}$ e per diversi valori di σ: a parità di valor medio le variazioni della forma caratteristica a campana della curva dipendono essenzialmente dal valore dello scarto quadratico medio, che dà informazioni su come i valori sono più o meno concentrati intorno alla media: infatti facendo variare σ si ottengono curve più o meno appiattite.

Nella fig.10 si riportano invece i grafici della distribuzione normale per un dato valore di σ e per diversi valori di $\bar{x}$: in questo caso le variazioni del valore di $\bar{x}$ comportano solo una traslazione della curva.

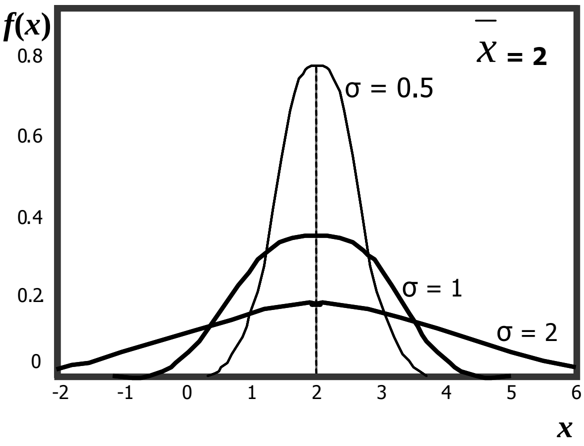


Fig. 9

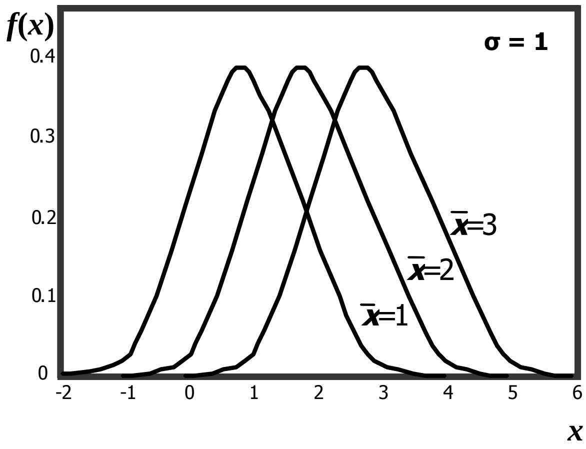


Fig. 10

INDICI DI POSIZIONE E DI DISPERSIONE

Definiamo alcuni indici numerici utili per descrivere dei dati numerici e la loro distribuzione di frequenza; tali indici prendono il nome di **media**, **mediana**, **moda**, **varianza** e **scarto quadratico medio** o **deviazione standard** e misurano il centro e la dispersione dei dati. Si osservino i seguenti istogrammi di fig.11:

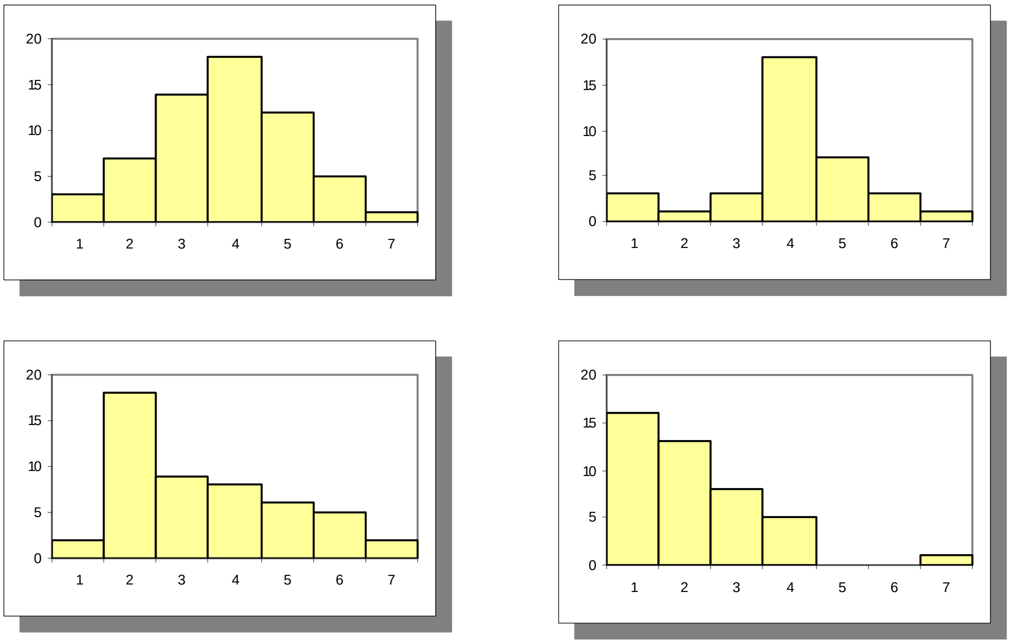


Fig. 11

Il primo grafico mostra una distribuzione simmetrica, centrata attorno a 4, valore per cui la frequenza è massima; la seconda distribuzione è ancora centrata attorno a 4, ma per valori lontani da 4 le frequenze sono piccole; la terza distribuzione non è simmetrica, ma ha una coda a destra più lunga che a sinistra; la quarta è decrescente e non simmetrica, con alcuni valori dispersi lontano dagli altri. Gli indici che introdurremo servono per misurare quantitativamente alcune delle caratteristiche osservate qualitativamente in questi grafici esemplificativi.

Definizione 1

Si definisce **media aritmetica** o **media campionaria** di n dati $x_1, x_2, \ldots.. x_n$ la quantità

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Si consideri un insieme di n dati $x_1, x_2, \ldots.. x_n$ e le definizioni ad essi relativi.

Il valore $\bar{x}$ costituisce una stima della media vera $\bar{X}$.

Per ogni valore x_i della variabile x si definisce lo scarto dalla media:

$$s_i = x_i - \bar{x}$$

che indica il grado scostamento del singolo valore x_i dalla media $\bar{x}$.

Si dimostra facilmente che la somma **S** degli scarti dalla media è nulla. Infatti:

$$S = \sum_{i=1}^{n} s_i = \sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

Esempio 6

Media dei dati

15 14 2 27 13

$$\bar{x} = \frac{15+14+2+27+13}{5} = 14.2$$

Definizione 2

La **mediana** $\boldsymbol{M}$ di un insieme di n dati ordinati in ordine di grandezza crescente è il valore centrale dei dati, se il numero di dati è dispari, o la media aritmetica dei due valori centrali, se il numero dei dati è pari.

Questa definizione della mediana assicura che lo stesso numero di dati cade sia a sinistra che a destra della mediana stessa. L'uso della mediana come indice per descrivere le caratteristiche dei dati ha lo svantaggio di dover prima riordinare i dati in ordine crescente.

Esempio 7

a. Mediana dei dati

15 14 2 27 13

Dati ordinati in ordine crescente

2 13 14 15 27

Mediana

$$\boldsymbol{M} = 14$$

b. Mediana dei dati

11 9 17 19 4 15

Dati ordinati in ordine crescente

4 9 11 15 17 19

Mediana $M = \frac{11+15}{2} = 13$

Un ulteriore indice utile è la moda, denotata con $\tilde{x}$.

Definizione 3

La **moda** $\tilde{x}$ di un insieme di n dati è il valore o la classe a cui corrisponde la massima frequenza assoluta.

La moda può non esistere o non essere unica; quando è unica, la distribuzione è detta unimodale, quando ci sono più mode è detta bimodale o multimodale.

Esempio 8

a. Moda dell'insieme di dati

3, 3, 5, 4, 7, 7, 7, 9, 2, 1

L'insieme ha moda $\tilde{x} = 7$.

b. Moda dell'insieme di dati

3, 3, 3, 5, 4, 7, 7, 7, 9, 2, 1

L'insieme ha due mode $\tilde{x} = 3$ e $\tilde{x} = 7$.

c. L'insieme di dati

3, 5, 4, 7, 8, 6, 9, 2, 1

non ha moda, perché ogni dato si presenta una sola volta.

L'ultimo caso mette in rilievo un problema:la moda non è utile quando i dati sono tanti e per la maggior parte diversi tra loro; in tali casi la moda può non esistere o essere lontana dal centro dell'insieme dei dati. Per questa ragione la moda è poco utilizzata.

Media, mediana e moda sono detti indici di posizione o indici di tendenza centrale, perché descrivono attorno a quale valore è centrato l'insieme dei dati.

La mediana è preferibile alla media quando si vogliono eliminare gli effetti di valori estremi molto diversi dagli altri dati: la ragione è che la mediana non utilizza tutti i dati, ma solo il dato centrale o i due dati centrali.

Esempio 9

Sia dato il seguente insieme di 20 dati, che rappresentano il peso alla nascita (in g) di 20 bambini nati in una settimana in una clinica.

3280	3320	2500	2760
3260	3650	2840	3250
3240	3200	3600	3320
3480	3020	2840	3200
4160	2580	3540	3780

Tabella 7

La media dei dati è

$$\bar{x} = \frac{(3280 + 3320 + ... + 3540 + 3780)}{20} = 3241g$$

Si può osservare che 9 dati sono minori della media e 11 maggiori.
Come già osservato, uno dei limiti della media come misura della tendenza centrale è che essa è molto sensibile ai valori dei dati che cadono agli estremi dell'intervallo di variabilità; in questo senso può non rappresentare bene la collocazione dei dati. Se ad esempio il primo bambino fosse un nato prematuro del peso di 500 g, la media avrebbe il valore

$$\bar{x} = 3102 \text{ g}$$

e in tal caso 7 dati sarebbero minori della media e 13 maggiori.
La mediana in questo caso è

$$\mathbf{M} = 3245$$

Mentre per l'insieme di dati assegnati inizialmente è

$$\mathbf{M} = 3255$$

L'esempio mostra che c'è sempre un rischio a riassumere un insieme di dati con un singolo numero.

Gli indici di posizione non tengono conto della variabilità esistente fra i dati; vi sono distribuzioni che, pur avendo la stessa media, sono molto diverse fra loro.

I dati dei seguenti insiemi hanno la stessa media ($\bar{x}$ = 60)

A = (60 60 60 60 60)

B = (10 20 60 100 110)

C = (50 55 60 65 70)

Ma gli insiemi sono molto diversi; il primo è composto da dati tutti uguali, mentre il secondo presenta la maggior differenza tra il valore minimo e il valore massimo.

Indici significativi per la misura della variabilità di una distribuzione di frequenza sono la varianza e lo scarto quadratico medio, detto anche deviazione standard.

Definizione 4

Si definisce **varianza**, o anche varianza campionaria, la quantità

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=l}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$

dove $\bar{x}$ indica la media dei dati.

Definizione 5

Si definisce **scarto quadratico medio** o **deviazione standard** la radice quadrata della varianza.

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

Lo scarto quadratico medio o scarto tipo o deviazione standard costituisce una stima corretta dello **scarto tipo vero σ** della popolazione da cui è stato estratto il campione.

Nei calcoli pratici per determinare la sommatoria presente nella radice quadrata conviene servirsi della seguente identità algebrica:

$$\sum \left(x_i - \bar{x}\right)^2 = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

per cui le espressioni dello scarto tipo diventano:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]} \quad \text{se } n \leq 30$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]} \quad \text{se } n > 30$$

Lo scarto quadratico medio è detto indice di dispersione o indice di variabilità, perché misura la dispersione dei dati attorno alla media.

I valori di s e s^2, poiché misurano l'effettiva variazione assoluta presente in un insieme di dati, dipendono dall'unità di misura degli stessi. In particolare lo scarto quadratico medio s misura la dispersione dei dati con la stessa unità di misura della media dei dati, cosa che non accadrebbe con la varianza; questa è la ragione principale per cui lo scarto quadratico medio è più usato della varianza.

La media e lo scarto quadratico medio sono i due indici di posizione e di dispersione più usati; uno dei motivi principali è che la distribuzione normale è definita in termini di questi due parametri.

Esempio 10

I seguenti dati sono i tempi di esecuzione di una certa operazione misurati in minuti:

0,6 1,2 0,9 1,0 0,6 0,8

Calcoliamo la media e la deviazione standard.

$$\overline{x} = \frac{0,6+1,2+0,9+1,0+0,6+0,8}{6} = \quad 0{,}85 \text{ minuti}$$

Per la deviazione standard si dispongono i dati nella seguente tabella 8:

x_i	$(x_i - \overline{x})^2$
0,6	0,0625
1,2	0,1225
0,9	0,0025
1,0	0,0225
0,6	0,0625
0,8	0,0025
Totale	0,2750

Tabella 8

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0{,}2750}{6-1}} = 0{,}23 \text{ minuti}$$

Esempio 11

Per la partecipazione a una gara di matematica una scuola deve formare una squadra di 6 studenti; con una selezione preliminare, attraverso un test con un punteggio massimo di 100 punti, sulla base della media dei migliori 6 punteggi risultano tre squadre a pari merito.

Con quale criterio può essere scelta la squadra da mandare alla gara?

Squadra	*Punteggi degli studenti*					
A	73	76	77	85	88	90
B	74	74	78	84	88	91
C	72	77	79	82	84	95

Tabella 9

La somma dei punteggi ottenuti da ciascuna squadra è 489; la media aritmetica per le tre squadre vale $\bar{x}$ = 81,5 e non è quindi un criterio utilizzabile per scelta; calcoliamo lo scarto quadratico medio:

squadra A		***squadra B***		***squadra C***	
x_i	x_i^2	x_i	x_i^2	x_i	x_i^2
73	5329	74	5476	72	5184
76	5776	74	5476	77	5929
77	5929	78	6084	79	6241
85	7225	84	7056	82	6724
88	7744	88	7744	84	7056
90	8100	91	8281	95	9025
489	40103	489	40117	489	40159

Tabella 10

Squadra A $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]} = \sqrt{\frac{1}{5}\left(40103 - \frac{1}{6}489^2\right)} = 7{,}06$$

Squadra B $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]} = \sqrt{\frac{1}{5}\left(40117 - \frac{1}{6}489^2\right)} = 7{,}26$$

Squadra C $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right]} = \sqrt{\frac{1}{5}\left(40159 - \frac{1}{6}489^2\right)} = 7{,}82$$

Squadra	***Scarto quadratico medio***
A	7,06
B	7,26
C	7,82

Tabella 11

Utilizzando il criterio dello scarto quadratico medio, la squadra da inviare alla gara è la squadra A, che ha il minore scarto quadratico medio.

Esempio 12

I voti in trentesimi riportati da 25 studenti in un esame sono riportati nella seguente tabella.

Individuare quali studenti si discostano dal voto medio per più di una volta oppure due volte lo scarto quadratico medio.

Numero studente	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Voto	15	17	27	25	29	14	16	25	27	18	10	15	27

Tabella 12

Numero studente	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Voto	28	19	14	30	21	17	24	29	20	13	30	25

Elaborando i dati si ottengono i seguenti risultati:

$$\bar{x} = 21{,}40$$

$$s = 6{,}21$$

$$\bar{x} - s = 15{,}19 \qquad \bar{x} + s = 27{,}61$$

$$\bar{x} - 2s = 8{,}98 \qquad \bar{x} + 2s = 33{,}82$$

Tutti i voti appartengono all'intervallo $[\bar{x} - 2s, \ \bar{x} + 2s]$, cioè non vi è nessun voto che si discosta dalla media per più di due volte lo scarto quadratico medio; ci sono invece 11 voti che non appartengono all'intervallo [$\bar{x}$ − s, $\bar{x}$ + s], ossia si discostano dalla media per più di una volta lo scarto quadratico medio.

Per rappresentare la situazione può essere utile un diagramma (figura 12), con il quale si individuano più facilmente gli studenti che rientrano nella fascia delimitata dai valori $\bar{x}$ − s, $\bar{x}$ + s.

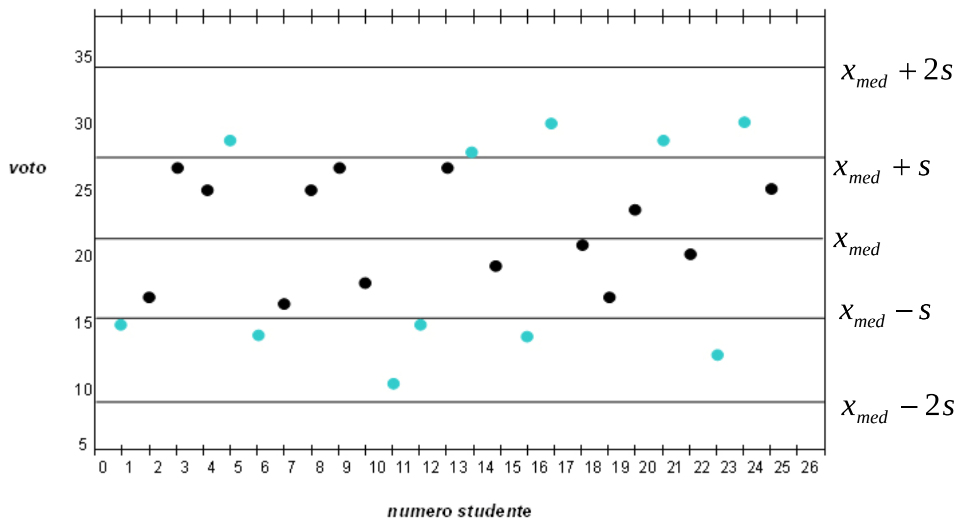


Fig.12

Definizione 6

Il ***coefficiente di variazione*** CV è definito da:

$$CV = \frac{s}{\left|\bar{x}\right|} \cdot 100\%$$

Il coefficiente di variazione esprime lo scarto quadratico medio come percentuale della media ed è indipendente dall'unità di misura usata, poiché la media e lo scarto quadratico medio sono espressi nella stessa unità di misura (ci indica se una distribuzione è più variabile di un'altra rispetto alla media).

Esempio 13

Sia dato un campione di 200 pacchi di cui sono noti il peso e il volume. Calcolando la media e lo scarto quadratico medio delle due misure si ottengono i seguenti valori:

Peso medio: $\bar{x}_p = 9Kg$

Scarto quadratico medio del peso: $s_p = 1{,}5Kg$

Volume medio: $\bar{x}_v = 2{,}7m^3$

Scarto quadratico medio del volume: $s_v = 0{,}6m^3$

Confrontare la variabilità del peso e del volume e dire quale dei due è più variabile rispetto alla media. Siccome il peso ed il volume sono espressi in unità di misura diverse, occorre prendere in considerazione la variabilità relativa delle osservazioni, calcolando il coefficiente di variazione.

Per il peso il coefficiente di variazione è:

$$CV = \frac{1{,}5}{9} \cdot 100\% = 16{,}67\%$$

Per il volume il coefficiente di variazione è:

$$CV = \frac{0{,}6}{2{,}7} \cdot 100\% = 22{,}22\%$$

Pertanto, rispetto alla media, il volume dei pacchi è più variabile del peso.

Definizione 7

Media geometrica

Si definisce media geometrica dei valori $x_1, x_2, ...x_n$, quel numero G che sostituito ai valori x_i (tutti positivi e non nulli) lascia invariato il loro prodotto:

$$x_1 \cdot x_2 \cdot ....x_n = G \cdot G.......G = G^n$$

da cui si ricava la formula della media geometrica semplice:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot ....x_n}$$

Nel caso di valori x_i con frequenze o pesi y_i, si ha:

$$x_1^{y_1} \cdot x_2^{y_2} \cdot ....x_n^{y_n} = G^{y_1} \cdot G^{y_2} ....G^{y_n} = G^{y_1 + y_2 + ...y_n}$$

da cui si ricava la formula della media geometrica ponderata:

$$G = \sqrt[N]{x_1^{y_1} \cdot x_2^{y_2} \cdot ......x_n^{y_n}} \qquad \text{dove:} \qquad N = \sum_{i=1}^{i=n} y_i$$

Per il calcolo della media geometrica si utilizzano formule ottenute dalle due definizioni precedenti mediante i logaritmi che le trasformano in una media aritmetica, rispettivamente, semplice e ponderata.

Usando i logaritmi si ottiene:

$$\log G = \frac{\log x_1 + \log x_2 + ... + \log x_n}{n}$$

e:

$$\log G = \frac{y_1 \log x_1 + y_2 \log x_2 + ... + y_n \log x_n}{N}$$

Si utilizza la media geometrica quando i dati variano in progressione geometrica.

Si dice progressione geometrica, una successione di numeri tali che il rapporto fra ogni termine e il precedente ha sempre lo stesso valore che si dice **ragione**.

Se la ragione è maggiore di 1, la progressione si dice crescente (es. 4, 12, 36, 108, …. in cui la ragione è 3).

La media geometrica si usa nelle prove di flesso-abrasione su tessuti rigidi (accoppiati) e pelli (metodo Bally).

LA STIMA STATISTICA

Dovendo determinare per esempio la finezza media di un lotto (popolazione) di fibre di lana, sarebbe assolutamente impensabile procedere all'analisi dei diametri di tutte le fibre del lotto, perché si tratterebbe di esaminare miliardi di fibre. Si ricorre allora alla osservazione di poche centinaia di fibre che riproducano la composizione del lotto (campione casualizzato). In tali condizioni è possibile però effettuare solo una stima della finezza media dell'intero lotto: è questo il problema centrale della statistica, la stima dei parametri ignoti della popolazione, qualunque essa sia, mediante un campionamento.

PRECISIONE DELLA STIMA

Gli indici di posizione e di dispersione esaminati precedentemente ci consentono di fare delle **stime dei parametri** veri di una popolazione e queste avrebbero poco interesse se non si stabilisse il grado di precisione della stima. È necessario dunque sapere l'affidamento di una stima e determinare l'intervallo entro il quale, con una certa probabilità, è contenuto il **valore vero** del parametro.

Il metodo della stima statistica conduce alla determinazione di un intorno bilaterale $\pm\Delta$ della media del campione, detto **intervallo di fiducia**, tale da contenere la **media vera** del lotto con una probabilità predefinita P, grande a piacere.

Il livello di probabilità P può essere scelto a piacere; in pratica si possono usare i seguenti valori:

P = 90% (talvolta ammesso)

P = 95% (consigliato)

P = 99%

L'intervallo Δ sopra definito, corrisponde alla nozione intuitiva di precisione di una misura sperimentale.

DETERMINAZIONE DELL'INTERVALLO DI FIDUCIA

Devono essere distinti due casi, a seconda che lo **scarto tipo vero** σ o il coefficiente di variazione vero CV della distribuzione della caratteristica in esame siano noti, oppure debbono essere stimati a partire dalle osservazioni.

Nel **primo caso** l'intervallo di fiducia viene calcolato mediante la formula:

$$\Delta = \pm \frac{u\sigma}{\sqrt{n}}$$

Il valore di u da inserire nella formula dipende dal livello di probabilità prescelto:

per P = 90% u = 1,645

per P = 95% u = 1,960

per P = 99% u = 2,576

Nel **secondo caso** viene usata la stima sperimentale dello scarto tipo s, ricavata dalle osservazioni, in luogo del valore vero, ma ignoto σ. L'intervallo di fiducia viene calcolato con la formula:

$$\Delta = \pm \frac{ts}{\sqrt{n}}$$

dove il fattore t dipende, oltre che dal livello di probabilità prescelto, dalla numerosità n del campione (tabella 13).

Tabella 13

Numerosità del campione n	Fattore $t/\sqrt{n}$		
	P=90%	P=95%	P=99%
2	4.465	8.987	45.014
3	1.686	2.484	5.730
4	1.176	1.591	2.921
5	0.953	1.241	2.059
6	0.823	1.050	1.646
7	0.734	0.925	1.401
8	0.670	0.836	1.237
9	0.620	0.769	1.118
10	0.580	0.715	1.028
11	0.546	0.672	0.955
12	0.518	0.635	0.897
13	0.494	0.604	0.847
14	0.473	0.577	0.805
15	0.455	0.554	0.769
16	0.438	0.533	0.737
17	0.423	0.514	0.708
18	0.410	0.497	0.683
19	0.398	0.482	0.660
20	0.387	0.468	0.640
21	0.376	0.455	0.621
22	0.367	0.443	0.604
23	0.358	0.432	0.588
24	0.350	0.422	0.573
25	0.342	0.413	0.559
26	0.335	0.404	0.547
27	0.328	0.396	0.535
28	0.322	0.388	0.524
29	0.316	0.380	0.513
30	0.310	0.373	0.503
31	0.305	0.367	0.494
41	0.263	0.316	0.422
51	0.235	0.281	0.375
61	0.214	0.256	0.341
81	0.185	0.221	0.293
101	0.165	0.197	0.261
201	0.116	0.139	0.184
501	0.074	0.088	0.116
∞	0	0	0

Esempio 14

Da un lotto di lana si è estratto un campione, costituito da 500 fibre. Si sono misurati i diametri delle 500 fibre con un microscopio a proiezione e si è calcolata una finezza media del campione $\overline{x}$ = 22,66 μ.

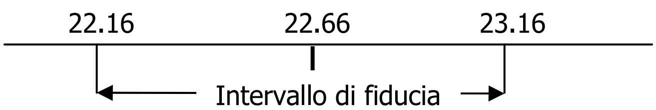
Per esperienza si conosce che il coefficiente di variazione del diametro delle fibre di lana è sempre assai vicino al 25%, per cui (considerando con un'approssimazione $\overline{X}$ = $\overline{x}$) si ha:

$$CV = \frac{\sigma}{\left|\overline{x}\right|} \cdot 100 \qquad \text{da cui si ricava: } \sigma = \frac{CV \cdot \left|\overline{x}\right|}{100} = \frac{25 \cdot 22.66}{100} = 5.66\mu$$

Scegliendo P = 95%, l'intervallo di fiducia sarà:

$$\Delta = \pm \frac{u\sigma}{\sqrt{n}} = \pm \frac{1.960 \cdot 5.66}{\sqrt{500}} = \pm 0.50 \ \mu$$

Si può concludere che, con una probabilità del 95%, la finezza media vera del lotto di lana cade nell'intervallo 22,66 ± 0,50 μ ovvero nell'intervallo di estremi 22,16 e 23,16 μ.



Questo intervallo ***può anche non contenere la media vera***, ma abbiamo un grado di fiducia del 95% che lo contenga. In altre parole, se applichiamo ripetutamente su tutti i campioni di uguale ampiezza estraibili dalla popolazione la formula precedente per calcolare l'intervallo di fiducia, il 95% degli intervalli di fiducia conterrà la media vera della popolazione.

Esempio 15

Dovendo determinare la resistenza alla trazione di un tessuto si sono fatte n = 20 osservazioni x_i, su altrettante provette ed i risultati sono stati riportati espressi in kg nel seguente prospetto (tabella 14):

Tabella 14

x_i	xi^2
69.6	4844.16
74.7	5580.09
83.0	6889.00
74.5	5550.25
72.3	5227.29
75.6	5715.36
67.8	4596.84
68.3	4664.89
76.0	5776.00
80.0	6400.00
76.3	5821.69
80.5	6480.25
75.0	5625.00
72.8	5299.84
75.0	5625.00
71.0	5041.00
68.0	4624.00
73.5	5402.25
66.0	4356.00
78.1	6099.61
$\sum x_i = 1478.0$	$\sum x_i^2 = 109618.52$

La stima $\bar{x}$, della media vera della popolazione è:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{1478.0}{20} = 73.90Kg$$

Per la determinazione della stima s dello scarto tipo (o deviazione standard) effettuiamo i seguenti calcoli:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n} = 109618.52 - \frac{1478^2}{20} = 394.52\ kg$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{394.52}{19}} = 4.55\ \ kg$$

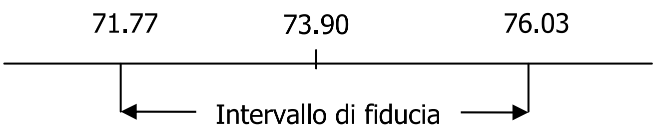
La stima del coefficiente di variazione è:

$$CV = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{4.55 \cdot 100}{73.90} = 6.16\,\%$$

L'intervallo di fiducia, per un livello di probabilità P = 95%, risulta:

$$\Delta = \pm \frac{ts}{\sqrt{n}} = \pm 0.468 \cdot 4.55 = \pm 2.13 Kg$$

Si può concludere che la media vera della resistenza alla trazione del tessuto in esame, con una probabilità del 95%, cade nell'intervallo di estremi 71,77 kg e 76,03 kg.



Esempio 16

Calcolo per determinazione del titolo medio, dell'irregolarità lineare e del coefficiente di variazione di un filato.

Tabella 15

Titolo Ne	Scarti dalla media		Quadrati degli scarti
21.3	-0.38		0.1444
22.2		+0.52	0.2704
20.8	-0.88		0.7744
22.8		+1.12	1.2544
22.4		+0.72	0.5184
21.3	-0.38		0.1444
21.9		+0.22	0.0484
21.0	-0.68		0.4624
22.0		+0.32	0.1024
21.1	-0.58		0.3364
$\sum 216.8$	$\sum -2.90$	$\sum +2.90$	$\sum 4.0560$

Applicando le regole definite in precedenza si ha:

- Titolo Ne medio = $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{216{,}8}{10} = 21{,}68$

- Media degli scarti = $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left| x_i - \bar{x} \right|}{n} = \frac{5{,}80}{10} = 0{,}58$

- Irregolarità lineare = $\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{0{,}58}{21{,}68} \cdot 100 = 2{,}67\%$

- Deviazione standard = $s = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4.056}{9}} = 0{,}6713$

- Coefficiente di variazione = $CV = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{0{,}6713}{21{,}68} \cdot 100 = 3{,}096\%$

Si può osservare che la somma degli scarti della media è uguale a zero; qualora fosse diverso da zero o sono stati commessi errori di calcolo, oppure si è effettuata un'approssimazione sulla media.

Esempio 17

Calcolo per la determinazione del diametro medio (finezza), della deviazione standard, del relativo coefficiente di variazione di fibre di lana e dell'intervallo di fiducia della media con una probabilità del 90%, del 95% e del 99%.

Tabella 16

Φ μ x_i	Freq. f_i	$x_i\ f_i$	Scarti dalla media	Quadrati degli scarti dalla media	Quadrati per frequenza
14	5	70	-7.91	62.5681	312.8405
16	15	240	-5.91	34.9281	523.9215
18	28	504	-3.91	15.2881	428.0668
20	49	980	-1.91	3.6481	178.7569
22	24	528	+0.09	0.0081	0.1944
24	34	816	+2.09	4.3681	148.5154
26	23	598	+4.09	16.7281	384.7463
28	12	336	+6.09	37.0081	445.0572
30	7	210	+8.09	65.4481	458.1367
32	1	32	+10.09	101.8081	101.8081
34	2	68	+12.09	146.1681	292.3362
$\sum$	200	4382			3274.3800

I valori della finezza (diametro) sono stati suddivisi in classi e frequenze. La media è data dal rapporto tra la sommatoria dei prodotti delle medie delle classi per le frequenze diviso per il numero delle prove:

$$\text{Media} = \bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} = \frac{4382}{200} = 21{,}91\mu$$

$$\text{Deviazioni standard (o scarto tipo)} = s = \sqrt{\frac{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}} = \sqrt{\frac{3274.38}{200}} = 4{,}046$$

$$\text{Coefficiente di variazione} = CV = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}} = \frac{4.046}{21{,}91} \cdot 100 = 18{,}46\%$$

Per determinare l’intervallo di fiducia al 90%, al 95% e al 99% si applica la seguente formula:

$$\Delta = \pm \frac{u \cdot s}{\sqrt{n}}$$

$$\Delta_{90} = \pm \frac{1.645 \cdot 4.046}{\sqrt{200}} = \pm 0.47$$

$$\Delta_{95} = \pm \frac{1.96 \cdot 4.046}{\sqrt{200}} = \pm 0.56$$

$$\Delta_{99} = \pm \frac{2.576 \cdot 4.046}{\sqrt{200}} = \pm 0.7367$$

Si può osservare che, restando invariata l’ampiezza del campione, all’aumentare del grado di fiducia cresce l’ampiezza dell’intervallo di confidenza, ossia la stima diventa meno precisa.

NOTE SU PROPRIETÀ MECCANICHE

Forza di rottura (carico di rottura):

è la massima forza sopportata da un materiale tessile in una prova di trazione condotta fino a rottura. Si esprime in centiNewton (cN) per fibra e filati ed in Newton (N) per tessuti nel "S.I.".

Relazione tra centiNewton e grammi, Newton e chilogrammi

$$centiNewton = grammi \cdot 0{,}981 \qquad Newton = chilogrammi \cdot 9{,}81$$

Esempio: un filato di titolo $Nm = 40$ ha un carico di rottura di $150\ g$. calcolare il valore in centiNewton.

$$\boldsymbol{cN = 150 \cdot 0{,}981 = 147{,}15}$$

Elasticità:

è la capacità di una fibra di riacquistare le dimensioni iniziali dopo che ha subito una deformazione ed è stato eliminato il carico che l'ha provocata.

Allungamento:

un materiale tessile di lunghezza $\boldsymbol{L}$, posto in trazione diventa $\boldsymbol{L_1}$; l'allungamento è dato dalla differenza $\boldsymbol{L_1 - L}$. Viene espresso in millimetri.

Allungamento percentuale:

è l'allungamento $\boldsymbol{(L_1 - L)}$ rapportato alla lunghezza iniziale $\boldsymbol{L}$ del campione, moltiplicato per 100.

$$A\% = \frac{L_1 - L}{L} \cdot 100$$

Allungamento di rottura:

è l'allungamento rilevato in corrispondenza della forza di rottura. Viene espresso in %.

Calcolo della media:

avviene calcolando la media di più carichi di rottura medi e dei rispettivi coefficienti di variazione.

Esempio 18

Su un filato di titolo $N_m = 40$ sono state fatte due serie di prove dinamometriche:

1. n. 100 prove, carico di rottura medio $(\overline{F}_1)$ = 150 *g*
   coefficiente di variazione (CV_1) = 12%, scarto tipo s_1 = 18 *g*.
2. n. 200 prove, carico di rottura medio $(\overline{F}_2)$ = 170 g coefficiente di variazione (CV_2) = 18%, scarto tipo s_2 = 30,6 g.

Si vuole calcolare la media dei carichi di rottura medi e dei coefficienti di variazione.
Il carico di rottura medio è:

$$\overline{\overline{F}} = \frac{\overline{F}_1 \cdot n_1 + \overline{F}_2 \cdot n_2}{n_1 + n_2} = \frac{150 \cdot 100 + 170 \cdot 200}{100 + 200} = 163.3g$$

Per calcolare la media dei coefficienti di variazione si calcola la media delle varianze.
Le varianze valgono:

$$s_1^2 = 18^2 = 324$$

$$s_2^2 = 30.6^2 = 936.36$$

la loro media vale quanto segue:

$$\overline{S}^2 = \frac{s_1^2 \cdot n_1 + s_2^2 \cdot n_2}{n_1 + n_2} = \frac{324 \cdot 100 + 936.36 \cdot 200}{100 + 200} = 732.24g$$

Lo scarto tipo si ottiene estraendo la radice quadrata di $\overline{S}^2$.

$$\overline{S} = \sqrt{732.24} = 27.06g$$

Il coefficiente di variazione medio:

$$\overline{CV} = \frac{27.06}{163.3} \cdot 100 = 16.57\%$$

Tenacità (o indice di resistenza):

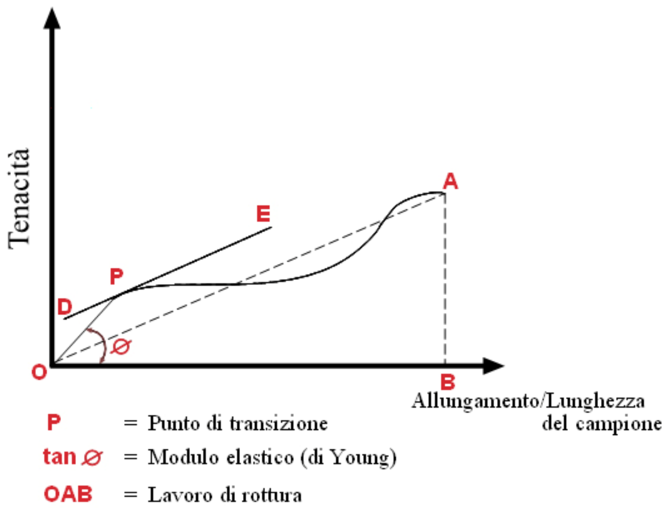
indica la capacità di resistere alla trazione di una fibra o di un filato. E' dato dal rapporto tra la forza di rottura in ***cN*** ed il titolo in ***tex***. Si esprime in ***cN/tex*** in unità "S.I.".

ESEMPIO 19

Filato di titolo ***Nm = 50*** (*tex 20*) ha carico di rottura di ***150*** *g*. Calcolare la tenacità.

$$tenacità = \frac{150 \cdot 0{,}981}{20} = 7{,}35 \, {}^{cN}\!/_{tex} \left(= \frac{150}{20} = 7{,}5 gr/tex \right)$$

Fig. 13



Lunghezza di rottura:

rappresenta la lunghezza ideale di filo, occorrente per produrre la rottura del filo stesso per effetto della forza generata dal proprio peso. Si esprime in km.

$$R(lunghezza\ di\ rottura) = \ = \frac{F \cdot Nm}{1000}$$

dove : F = *Forza di rottura in grammi; Nm = Titolo metrico del filato*.

Esempio 20

Calcolare la lunghezza di rottura di un filato $\boldsymbol{Nm = 50}$ e carico di rottura di $\boldsymbol{150\ g}$.

$$R = \frac{150 \cdot 50}{1000} = 7{,}5km$$

E' da notare che con le unità di misure tradizionali in base alle quali forza e peso hanno ambedue le dimensioni di una forza, la tenacità assume la dimensione di lunghezza; infatti la tenacità è data da una forza (F), divisa per il titolo tex $(\frac{F}{L})$ (peso diviso lunghezza):

$$tenacità = \frac{F \cdot}{\frac{F}{L}} = L$$

Il valore di lunghezza di rottura in km e di tenacità coincidono (come si vede dagli esempi).

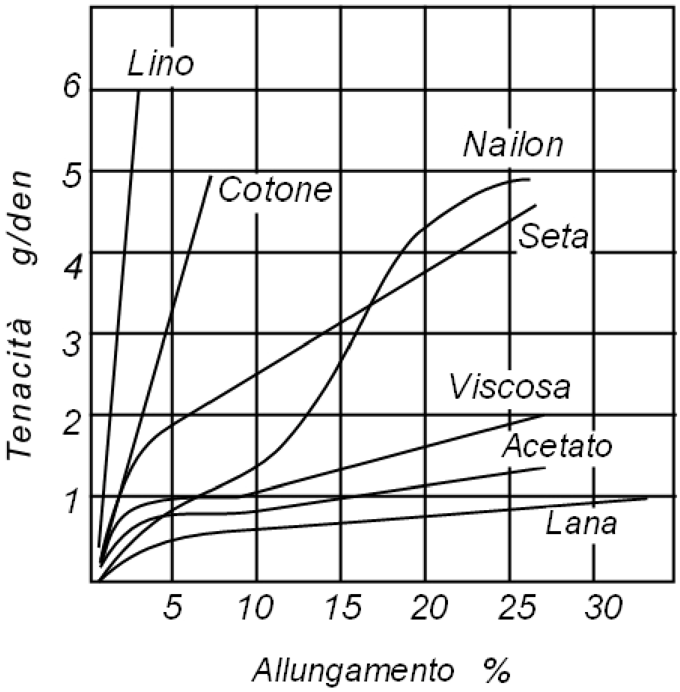
Lavoro di rottura

Rappresenta l'energia richiesta per giungere alla rottura del campione. Nella fig.13 è rappresentato dall'area OAB compresa tra la curva e l'asse degli allungamenti diviso per L.

Essendo l'area compresa fra la curva e l'asse degli *allungamenti/L* relativamente simile all'area del triangolo OAB, in prima approssimazione il lavoro di rottura vale:

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{2}\,\frac{carico \cdot di \cdot rottura}{tex} * \frac{allungamento}{lunghezza \cdot del \cdot campione}$$

Fig. 14



Modulo elastico (di Young)

In fig. 13 si nota che nella parte iniziale della curva carico/allungamento vi è una relazione fra carico ed allungamento (tratto rettilineo) e si riferisce alla deformazione del materiale tessile a carichi bassi, cioè ai carichi che corrispondono alle sollecitazioni di lavorazione e d'uso.

In questo tratto il rapporto tra carico e allungamento è costante e prende il nome di modulo elastico.

Il modulo elastico è dato dalla **tangente dell'angolo** $\varnothing$ compreso tra il tratto rettilineo della curva e l'asse delle ascisse.

Nel tratto rettilineo della curva il materiale ha un comportamento elastico, cioè togliendo il carico, il materiale ritorna alla sua lunghezza iniziale.

Dopo questo tratto il materiale subisce uno snervamento poi una deformazione plastica e quindi la rottura.

CARATTERISTICA DINAMOMETRICHE DELLE PRINCIPALI FIBRE

	Tenacità (g/den)		Allungamento		Modulo di Young (g/den)
	ambientato	umido	ambientato	umido	ambientato
Cotone	4	4.2	7	7.4	40
Lino	5	7	2	2.4	160
Lana	1.5	1.3	35	45	30
Viscosa	2.2	1.1	20	30	60
Acetato	1.5	0.7	25	35	30
Poliammidica 6:6	5	4.5	30	30	30
Poliestere	4	4.8	28	28	36
Poliacrilica	3	2.5	35	40	50

Tabella 17

Osservando i grafici della figura 14 si può notare che le curve con tendenza verso l'alto indicano una rigidità della fibra (es. lino); le curve con tendenza orizzontale indicano una tendenza alla deformazione sotto trazione (es. acetato, lana).
L'importanza di conoscere il modulo di Young è data dal fatto che da esso dipendono alcune delle principali caratteristiche dei prodotti finali, quali la rigidità e la stabilità dimensionale, che aumentano al suo crescere, mentre la resilienza (è la capacità che ha un tessuto di riprendere il proprio spessore dopo essere stato sottoposto per un certo periodo di tempo ad un determinato carico), la resistenza della fibra all'asola e al nodo, la resistenza alla flessione, all'usura e alla lacerazione diminuiscono.
Le caratteristiche dinamometriche per le varie fibre sono riportate nella tabella 17.

ALLEGATI

Risultati di una prova di trazione eseguita nei laboratori del Tessile di Como con dinamometro elettronico.

*** DINAMOMETRO ELETTRONICO AUTOMATICO A D F ***
- TESSILE DI COMO - LABORATORIO DI PROVA –
- Venerdì 21-04-2006 h 22:18 OPZIONE A -
- RIASSUNTO DATI STATISTICI PRINCIPALI

$$Nm = \frac{1000}{tex}$$

Campione Numero	**26004316 org 2 pta 1568**
Sistema di titolazione	**TEX**
Titolo medio	**4.84**
Lunghezza iniziale del provino	**500 mm**
Velocità di trazione	**5000 mm/min**
Fondo scala della forza	**5 N**
Fondo scala dell' allungamento	**50 %**
Forza di pretensione	**2.4 cN**
Caduta di forza massima %	**5.0 % FS**

In grammi

$$= \frac{F \cdot Nm}{1000} \rightarrow \text{Titolo metrico}$$

N.	PROVE	TITOLO	FORZA	ALLUN.	LAVORO	TENACITÀ	LUNGHEZZA DI ROTTURA	TEMPO T.
			cN	%	cN*cm	cN/TE	Km	sec
BOBINA 1	10	4.42	163.11	22.74	1105.46	36.90	37.62	1.45
CV %			3.12	4.88	8.28	3.12	3.12	
I.C. 95 %	+ /-		3.16	0.69	56.75	0.71	0.73	
BOBINA 2	10	4.86	170.75	23.10	1175.25	35.13	35.81	1.47
CV %			1.75	2.61	4.33	1.75	1.75	
I.C. 95 %	+/-		1.85	0.37	31.55	0.38	0.39	
BOBINA 3	10	5.10	159.34	20.51	956.42	31.24	31.85	1.32
CV %			4.85	7.55	12.68	4.85	4.85	
I.C. 95 %	+/-		4.79	0.96	75.14	0.94	0.96	
BOBINA 4	10	4.54	173.05	23.08	1191.81	38.12	38.85	1.47
CV %			2.34	3.96	6.56	2.34	2.34	
I.C. 95 %	+ /-		2.50	0.57	48.49	0.55	0.56	
BOBINA 5	10	5.03	166.02	21.70	1067.51	33.01	33.65	1.40
CV %			3.14	4.89	8.01	3.14	3.14	
I.C. 95 %	+/-		3.23	0.66	52.99	0.64	0.66	
BOBINA 6	10	4.95	152.91	21.44	969.55	30.89	31.49	1.36
CV %			3.02	5.21	8.39	3.02	3.02	
I.C. 95 %	+/-		2.86	0.69	50.43	0.58	0.59	
BOBINA 7	10	4.84	162.08	22.21	1065.81	33.49	34.14	1.42
CV %			2.18	2.72	4.98	2.18	2.18	
I.C. 95 %	+/-		2.19	0.37	32.89	0.45	0.46	
BOBINA 8	10	4.71	158.87	20.10	938.48	33.73	34.38	1.44
CV %			9.29	8.33	18.40	9.29	9.29	
I.C. 95 %	+/-		9.15	1.04	107.05	1.94	1.98	
BOBINA 9	10	4.96	186.90	22.51	1240.05	37.68	38.41	1.44
CV %			2.97	4.93	8.21	2.97	2.97	
I.C. 95 %	+/-		3.44	0.69	63.08	0.69	0.71	
BOBINA : LO	10	4.96	154.55	20.14	915.49	31.16	31.76	1.30
CV %			5.02	8.41	14.25	5.02	5.02	
I.C. 95 %	+/-		4.80	1.05	80.88	0.97	0.99	
TOTALI	100	4.84	164.76	21.75	10.62	34.06	34.72	1.41
COEFF. DI VARIAZ. %			7.08	7.35	13.87	7.08	7.08	12.26
INT. CONF. 95 % +/-			2.29	0.31	28.88	0.47	0.48	

*** DINAMOMETRO ELETTRONICO AUTOMATICO A D F ***
- TESSILE DI COMO - LABORATORIO DI PROVA —
- Venerdì 21-04-2006 h 22:18
OPZIONE B - ALTRI DATI STATISTICI PARTICOLARI

Campione Numero	**26004316 org 2 pta 1568**
Sistema di titolazione	**TEX**
Titolo medio	**4.84**
Lunghezza iniziale del provino	**500 mm**
Velocita' di trazione	**5000 mm/min**
Fondo scala della forza	**5 N**
Fondo scala dell' allungamento	**50 %**
Forza di pretensione	**2.4 cN**
Caduta di forza massima %	**5.0 % FS**
Limiti di plaus. della forza	**0 – 500 cN**
Limiti di plaus. dell'allung.	**0.0 – 50.0 %**

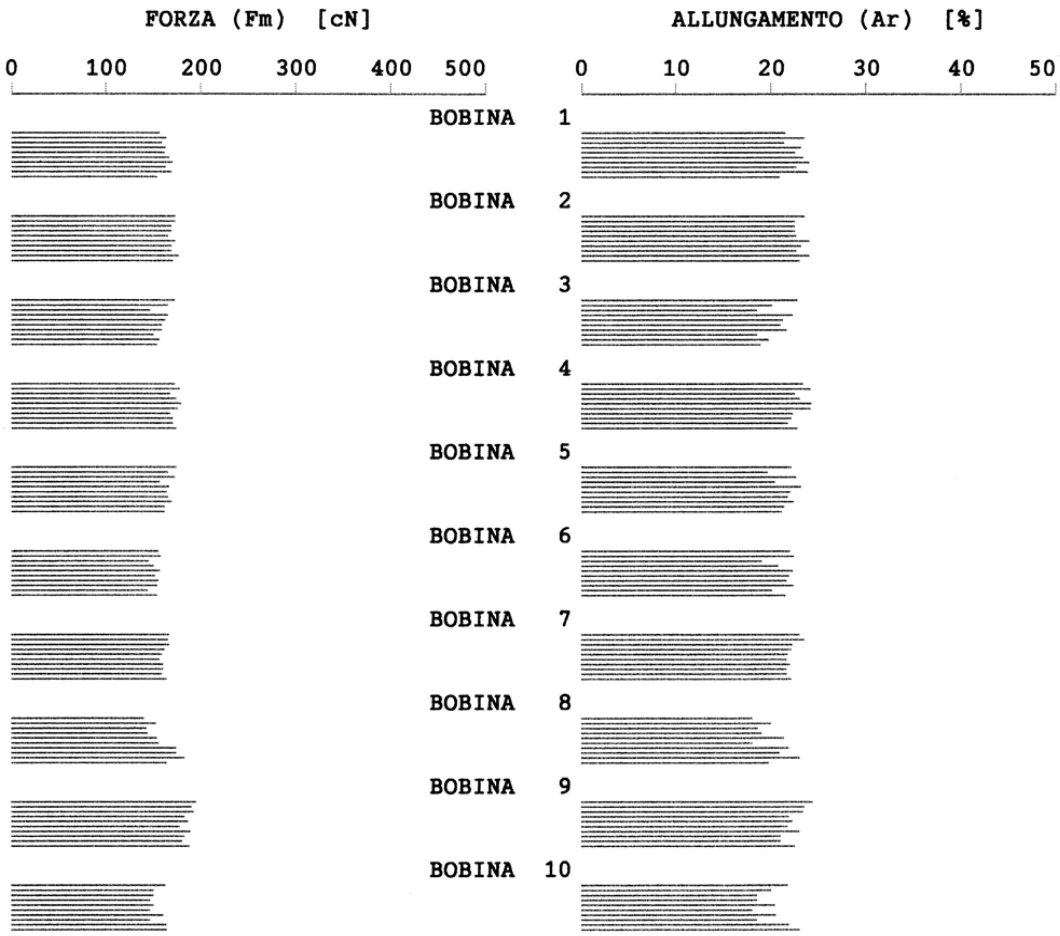
		OLTRE I LIMITI	**MODULO (4. 0 %)**	**FORZA min.**	**FORZA max.**	**ALL. min.**	**ALL. max.**
			cN/TEX cN	cN	cN	%	%
BOBINA	1	0	197.96	154.70	170.30	20.90	24.10
BOBINA	2	0	184.65	165.80	176.30	22.50	24.10
BOBINA	3	0	176.50	147.20	172.80	18.50	22.80
BOBINA	4	0	204.08	167.50	178.90	21.80	24.30
BOBINA	5	0	183.16	157.50	174.20	19.70	23.20
BOBINA	6	0	171.58	144.40	158.40	19.00	22.40
BOBINA	7	0	182.12	156.30	166.50	21.70	23.50
BOBINA	8	0	193.12	141.10	182.90	18.10	23.00
BOBINA	9	0	199.55	178.00	196.10	21.00	24.40
BOBINA	10	0	181.38	146.30	164.90	18.10	23.00
TOTALI		**0**	**187.41**	**141.10**	**196.10**	**18.10**	**24.40**

*** TABULATORE ***

			ALL % 2.00	**ALL % 5.00**	**ALL % 7.00**	**ALL % 10.00**	**ALL % 15.00**
BOBINA	1	cN	11.89	57.80	84.27	110.98	139.75
BOBINA	2	cN	11.79	59.35	86.90	115.31	145.42
BOBINA	3	cN	11.92	59.32	86.33	113.86	144.16
BOBINA	4	cN	11.81	61.00	88.73	116.73	147.11
BOBINA	5	cN	11.80	60.47	87.79	115.69	145.95
BOBINA	6	cN	11.22	56.03	81.52	107.24	135.31
BOBINA	7	cN	12.00	58.00	84.26	111.02	140.38
BOBINA	8	cN	12.51	59.76	86.77	114.92	145.50
BOBINA	9	cN	12.35	65.08	95.50	126.29	159.96
BOBINA	10	cN	11.95	59.22	85.67	112.21	141.43
TOTALI		**cN**	**11.92**	**59.60**	**86.77**	**114.43**	**144.50**

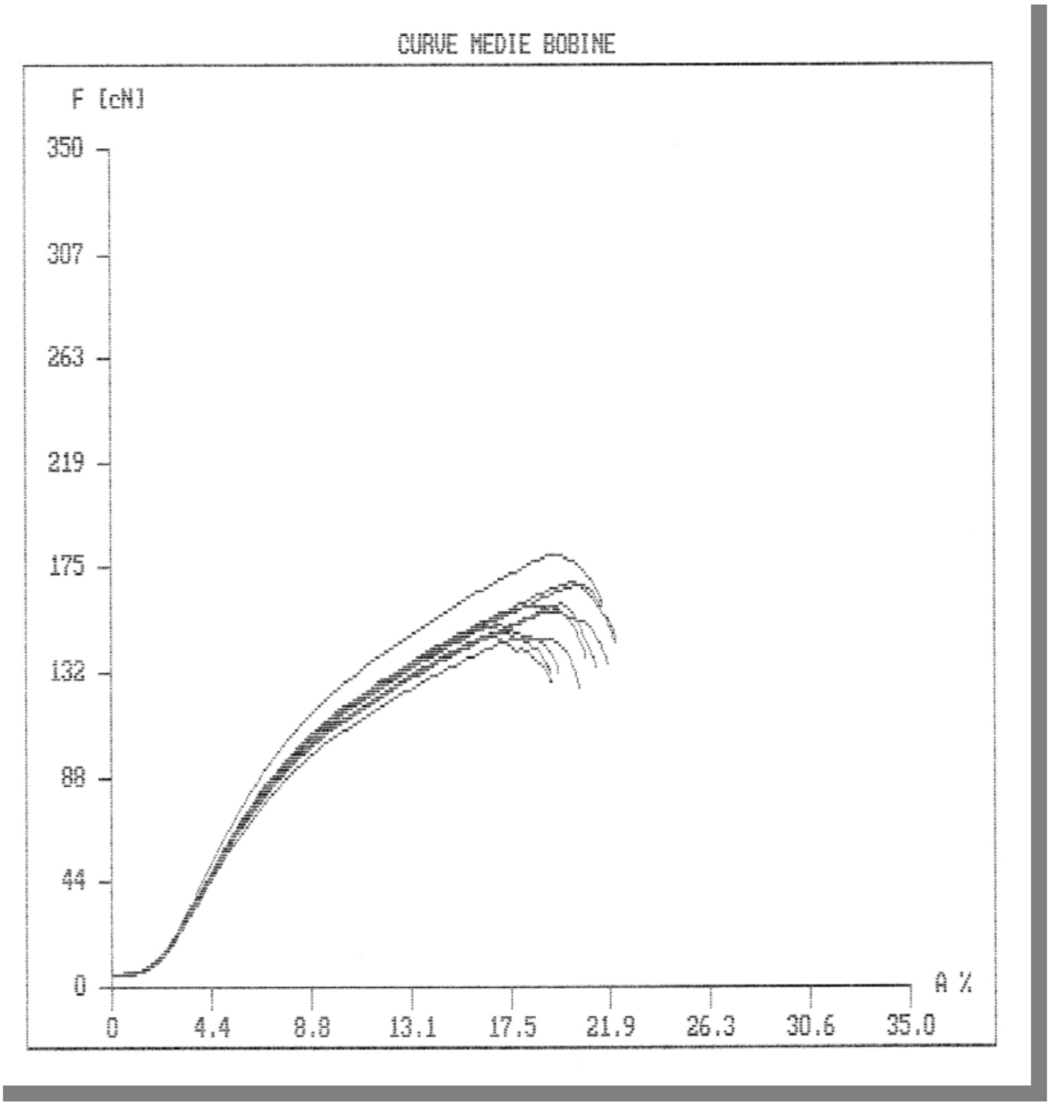
*** DINAMOMETRO ELETTRONICO AUTOMATICO A D F ***
- TESSILE DI COMO - LABORATORIO DI PROVA –
- Venerdì 21-04-2006 h 22:18
OPZIONE C - DIAGRAMMA LINEARE

Campione Numero	26004316 org 2 pta 1568
Sistema di titolazione	TEX
Titolo medio	4.84
Lunghezza iniziale del provino	500 mm
Velocita' di trazione	5000 mm/min
Fondo scala della forza	5 N
Fondo scala dell' allungamento	50 %
Forza di pretensione	2.4 cN
Caduta di forza massima %	5.0 % FS
Limiti di plaus. della forza	0 – 500 cN
Limiti di plaus. dell'allung.	0.0 – 50.0 %



*** DINAMOMETRO ELETTRONICO AUTOMATICO A D F ***
- TESSILE DI COMO - LABORATORIO DI PROVA –
- Venerdì 21-04-2006 h 22:18
OPZIONE C - DIAGRAMMA LINEARE

Campione Numero	26004316 org 2 pta 1568
Sistema di titolazione	TEX
Titolo medio	4.84
Lunghezza iniziale del provino	500 mm
Velocita' di trazione	5000 mm/min
Fondo scala della forza	5 N
Fondo scala dell' allungamento	50 %
Forza di pretensione	2.4 cN
Caduta di forza massima %	5.0 % FS
Limiti di plaus. della forza	0 – 500 cN
Limiti di plaus. dell'allung.	0.0 – 50.0 %



POSTFAZIONE

Il controllo di qualità tessile sottintende la presenza di difetti sui tessuti, ma nell'era del mercato globale, la qualità deve essere sinonimo oltre che di buona produzione, anche di buon marketing, di buona distribuzione, di buona vendita, di buona comunicazione, di buona promozione, di buon servizio, di buon post-vendita, ecc.; solamente con tutte queste caratterizzazioni la **qualità diventa totale.**

Qualità non deve solamente significare per l'impresa **assenza di difetti,** ma al contrario **abbondanza di pregi;** essa diventa il *plus* su cui marketing e vendita devono basare la loro azione di penetrazione del mercato, soprattutto laddove la concorrenza è più accanita.

Compito del centro di controllo dei tessuti è più precisamente l'esame delle pezze che l'acquirente gli fa pervenire dal produttore, con lo scopo di individuare, segnare, contare e classificare – normalmente come piccoli, medi, grandi – i difetti rinvenuti. La pezza sarà poi accettata con l'eventuale applicazione di sconti proporzionali alla classificazione data ai difetti a copertura dei difetti trovati, o respinta. A dispetto del motto "zero difetti" scelto per indicare il raggiungimento di elevata efficienza nella produzione, il sistema non si propone di eliminare totalmente i difetti, ma di intercettarne il massimo numero, prima possibile. La totale eliminazione potrebbe comportare invece un aumento dei costi, non un risparmio per l'intera filiera[1].

Gli strumenti per ridurre le qualità negative sono essenzialmente razionali, organizzativi, di pianificazione, di controllo, di efficienza, di motivazione e incentivazione delle persone, oltre che di continuo monitoraggio sul cliente e sui competitori.

[1] Maria Rosaria Massafra – Tessuti serici sotto la lente. – Ed. Franco Angeli

BIBLIOGRAFIA

- Nereo Chiarotto*, Il tessile microscopia-fibre apparecchi e prove di analisi*, - 1989 Busto Arsizio
- M. Garetto, – *Laboratorio di Statistica con Excel. Lezioni ed esercizi.* Quaderno 13 Novembre 2002
- G. Sigrisi, - *Metodologia e statistica*, ITIS di Setificio "P. Carcano" Como
- Luciano Pavese, - *Definizione e formule di uso corrente in campo tessile*, - Biella
- Maria Rosaria Massafra, - *Tessuti serici sotto la lente*. - Ed. Franco Angeli
- Ampelio Bucci, *- L'impresa guidata dalle idee.* – Ed. Domus Accademy
- E. Corbellini, S. Saviolo – *La scommessa del Made in Italy* – Ed. ETAS

INDICE

Prefazione	2
Introduzione	3
Il controllo industriale	5
Distribuzioni di frequenza e relativi grafici	6
Parametri veri di una popolazione	14
Distribuzione normale o di Gauss	15
Indici di posizione e di dispersione	17
Media aritmetica	18
Mediana	19
Moda	19
Varianza	22
Scarto quadratico medio	22
Coefficiente di variazione	27
Media geometrica	29
La stima statistica	31
Precisione della stima	31
Determinazione dell'intervallo di fiducia	32
Note su proprietà meccaniche	40
Forza di rottura	40
Relazione tra centiNewton e grammi	40
Elasticità	40
Allungamento	40
Allungamento percentuale	40
Allungamento di rottura	41
Tenacità	42
Lunghezza di rottura	43
Lavoro di rottura	44
Modulo di Young	45
Allegati	47
Postfazione	51
Bibliografia	52